四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

歷算全書卷十一至十三

詳校官欽天監靈臺郎臣司廷幹

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣李大猷

曆算全書卷十一

宣城梅文鼎撰

環中黍尺卷五之六

加減捷法

用加減則乘除省矣今惟用初數則次數亦省又耑求矢度省餘弦則角之鋭鈍得矢自知邊之大小加較即顯無諸擬議之煩故稱捷法

如法角旁兩弧度相加為總相減為存視總弧過象限以總存兩餘弦相加不過象限則相減並折半為初數

若總弧過兩象限與過象限法同（其餘弦仍相加）過三象限與在象限內同（其餘弦仍相減）若存弧亦過象限則反其加減（總弧過象限或過半周宜相加今反以相減若總弧過于三象限宜相減今反以相加）並以兩餘弦同在一半徑相減不然則加也

總存兩餘弦同在一半徑當相減折半圖

總存兩餘弦分在兩半徑當相加折半圖

乙丁丙形　丁為鈍角

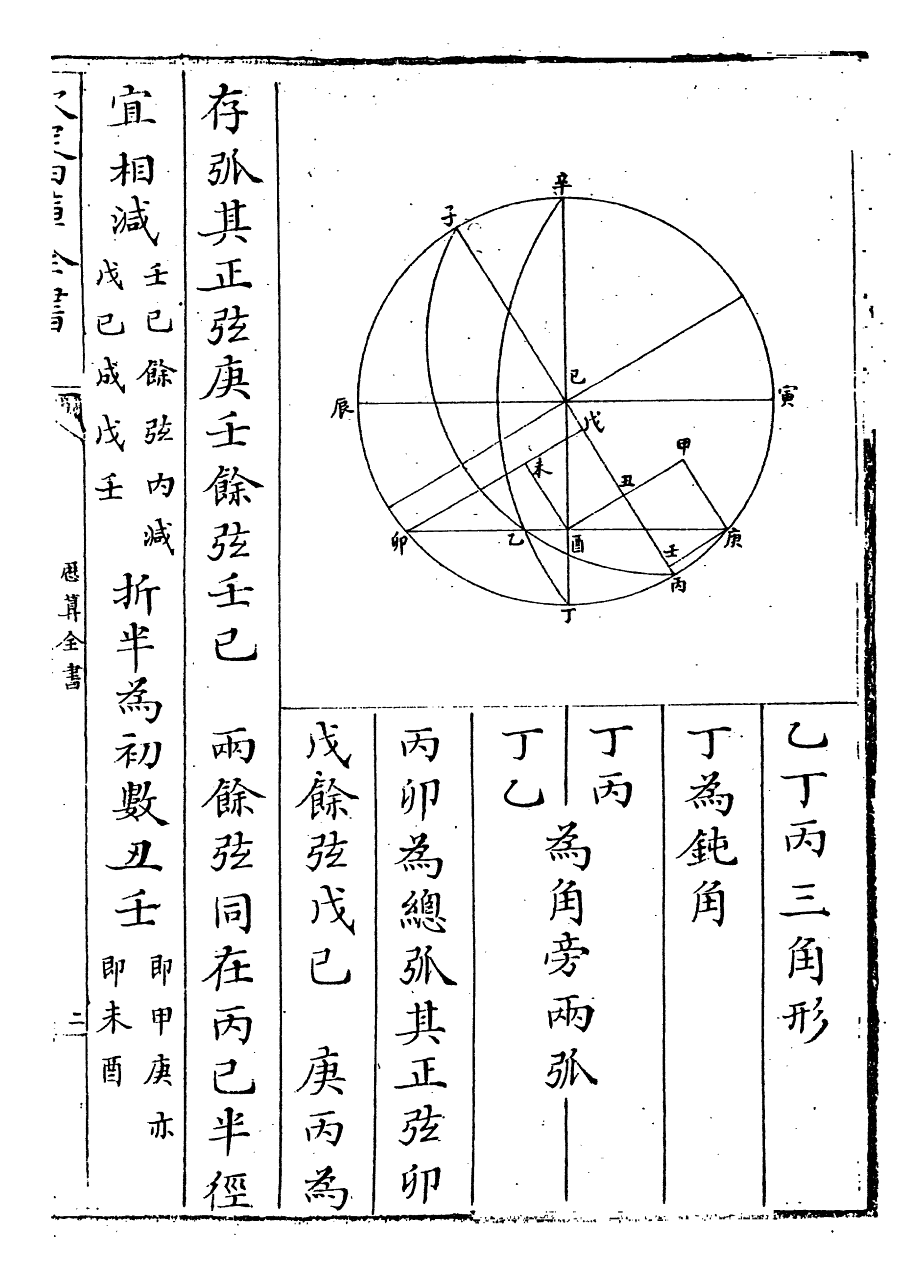
丁乙丁丙為角旁兩弧

庚丙為總弧其正弧庚

壬餘弦壬己　卯丙為

存弧其正弦卯戊餘弦

戊己徑兩餘弦分在丙己子己兩半徑宜相加（以戊己加壬己）



乙丁丙三角形

丁為鈍角

丁丙丁乙為角旁兩弧

丙卯為總弧其正弦卯戊餘弦戊己　庚丙為存弧其正弦庚壬餘弦壬己　兩餘弦同在丙己半徑宜相減壬己餘弦內減戊己成戊壬折半為初數丑壬即甲庚亦即未酉

徑與角之矢若初數與兩矢較也

一　半徑

二　角之矢或正矢或大矢

三　初數

四　兩矢較並以較加存弧矢為對弧矢加滿半徑以上為大矢其對弧大不滿半徑為正矢其對弧小

乙丁丙形　三邊求丁角

小邊乙丁正弦卯辛　大邊丙丁正弦壬丙　初數卯癸兩正弦相乘半徑除之也

今改用加減

戌壬戊折半為初數丑戊即甲酉亦即未卯

三邊求角初數恒為法以兩矢較乘半徑為實法為初數與兩矢較若半徑與角之矢也

一　初數即角旁兩正弦相乘半徑除之之數今以加減得之

二　兩矢較或兩俱正矢或兩俱大矢或存弧用正矢對弧用大矢

三　半徑

四　角之矢正矢角銳大矢角鈍

角求對邊則以初數乘角之矢為實半徑為法法為半

庚距等大矢大矢亦即若寅己半徑與角之大矢酉子

一　初數　卯癸即丑戊

二　兩矢較　牛乙即房甲

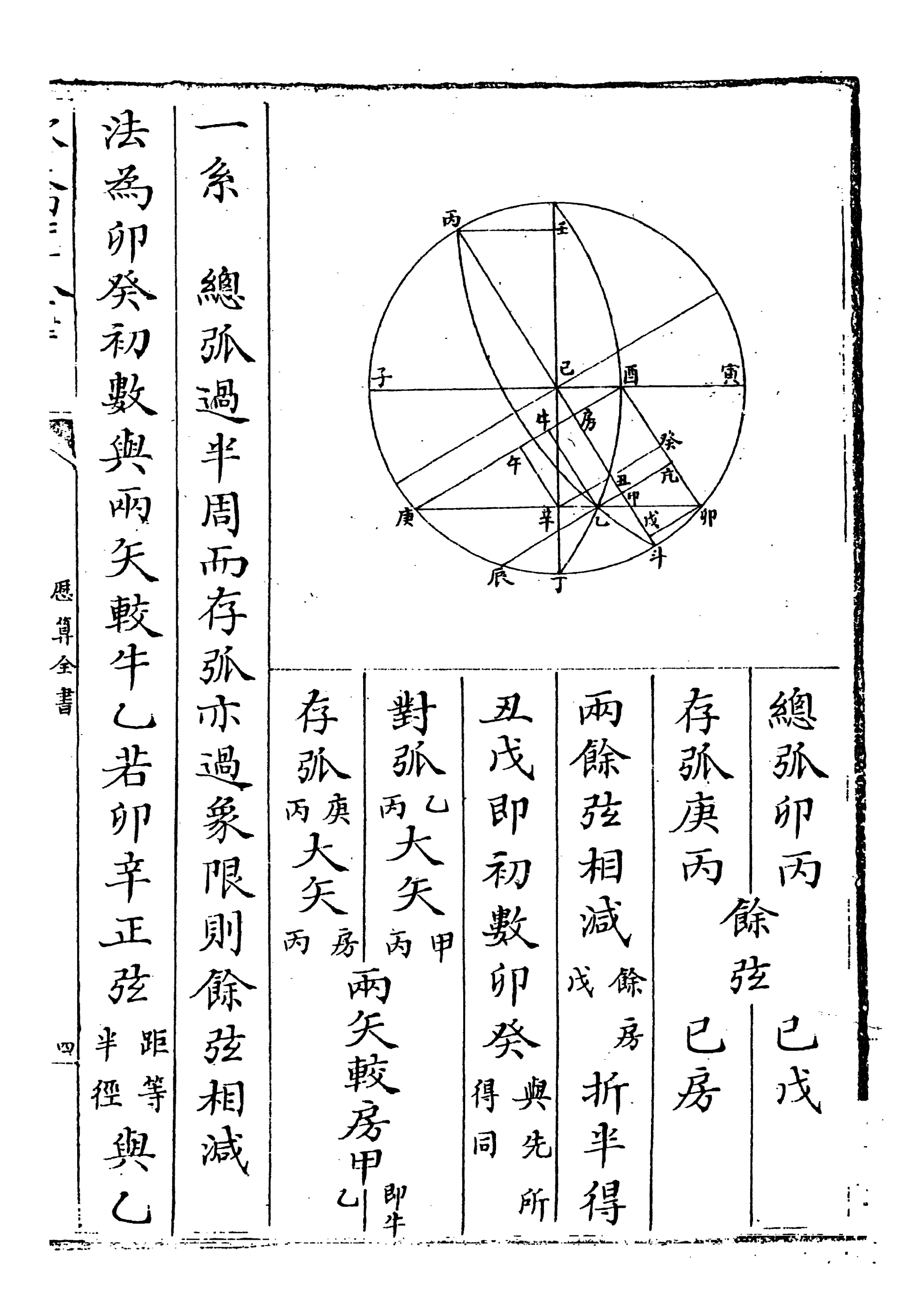
三　半徑　寅己

四　角之大矢酉子

若先有丁鈍角而求乙丙對邊則反用其率

一　半徑　寅己

二　角之大矢酉子



總弧卯丙餘弦己戊

存弧庚丙餘弦己房

兩餘弦相減餘戊房折半得

丑戊即初數卯癸與先所得同

對弧乙丙大矢甲丙兩矢較房甲即牛乙

存弧庚丙大矢房丙

一系 總弧過半周而存弧亦過象限則餘弦相減

法為卯癸初數與兩矢較牛乙若卯辛正弦距等半徑與乙

總弧乙戊　餘弦　辰己
存弧乙庚　餘弦　甲己
兩餘弦相減餘辰甲折半得辰
丑即初數戊癸
對弧乙丙大矢斗乙
存弧　大矢甲乙兩矢較斗甲

法為初數戊癸與兩矢較斗甲若戊壬正弦距等半徑與丙
庚距等大矢亦即若寅己半徑與角之大矢酉子

三　初數　　卯癸

四　兩矢較　牛乙

以所得兩矢較加存弧大矢房丙得大矢甲丙

乙丁丙形

三邊求丁角

小邊乙丁正弦乙辛　大邊丙丁正弦戊壬

初數戊癸

今用加減

用丁丙大弧正弦為徑分大矢比例則所用句股是乙丁小弧正弦故句股形異也然句股形既異而所得初數何以復同曰此三率之精意也初數原為兩正弦相乘半徑除之之數前圖用大弧正弦偕半徑為句與弦而小弧正弦用為大矢分徑之比例是以大弧正弦為二率而小弧正弦為三率也今改用小弧弦為二率大弧弦為三率而首率之半徑不變則四率所得之初數亦不變也又何疑焉

一初數戊癸即丑甲
二兩矢較斗甲
三半徑寅巳
四角之大矢酉子

論曰此移小邊于外周如法求之所得並同其故何也先有之角及角旁二邊並同則諸數悉同矣然則句股之形不同何也曰前圖是用乙丁小弧之正弦為徑分大矢之比例則所用句股是丁丙大弧之正弦此圖是

一系　角旁二弧可任以一弧之正弦為全徑上分大小矢之比例其餘一弧之正弦即用為句股比例不拘大小同異其所得初數並同

又論曰以句股比例言之則戊庚通弦為弦（即距等圈全徑）戊女倍初數為句（即總存兩餘弦相加減之數）一也戊壬正弦為弦則戊癸初數為句二也丙庚為弦（通弦之大分即距等大矢）則斗甲兩矢較為句（即丙房）三也丙壬為弦（正弦之分綫即距等餘弦）則斗丑為句（對弧餘弦內減次數丑巳得斗丑亦即丙牛）四也戊丙為弦（正弦之分綫即距等小矢）

則午戊為句五也

以全與分之比例言之則戊庚為距等全徑與寅子全徑相當一也戊壬正弦為距等半徑當寅巳半徑二也丙庚如距等大矢當酉子大矢三也丙壬如距等餘弦當酉巳餘弦四也戊丙如距等小矢當寅酉正矢五也

一系　初數恒與角旁一弧之正弦為句股比例其正弦恒為弦初數恒為句而其全與分之比例俱等又即與員半徑上全與分之比例俱等若倍初數即與全員

徑上大小矢之比例等

一系　角旁兩弧任以一弧之正弦為徑上全與分之比例初數皆能與之等

若先有丁鈍角求對邊乙丙則更其率

一　半徑　　已子

二　丁角大矢酉子

三　初數　　丑甲

四　兩矢較　斗甲

以四率斗甲加存弧大矢乙甲戌斗乙為對弧大矢內減已乙半徑得斗已為對弧餘弦檢表得未丙弧度以減半周得對弧丙乙度

乙丁丙形　三邊求丁角

乙丁邊九十五度　丁丙邊一百一十二度　乙丙對弧一百一十九度

總弧丙未二百〇七度　餘弦辛已八九一〇一

存弧丙戊一十七度　餘弦壬已九五六三〇

兩餘弦相加辛壬一八四七三二一

二　兩矢較癸壬　一四四一一一

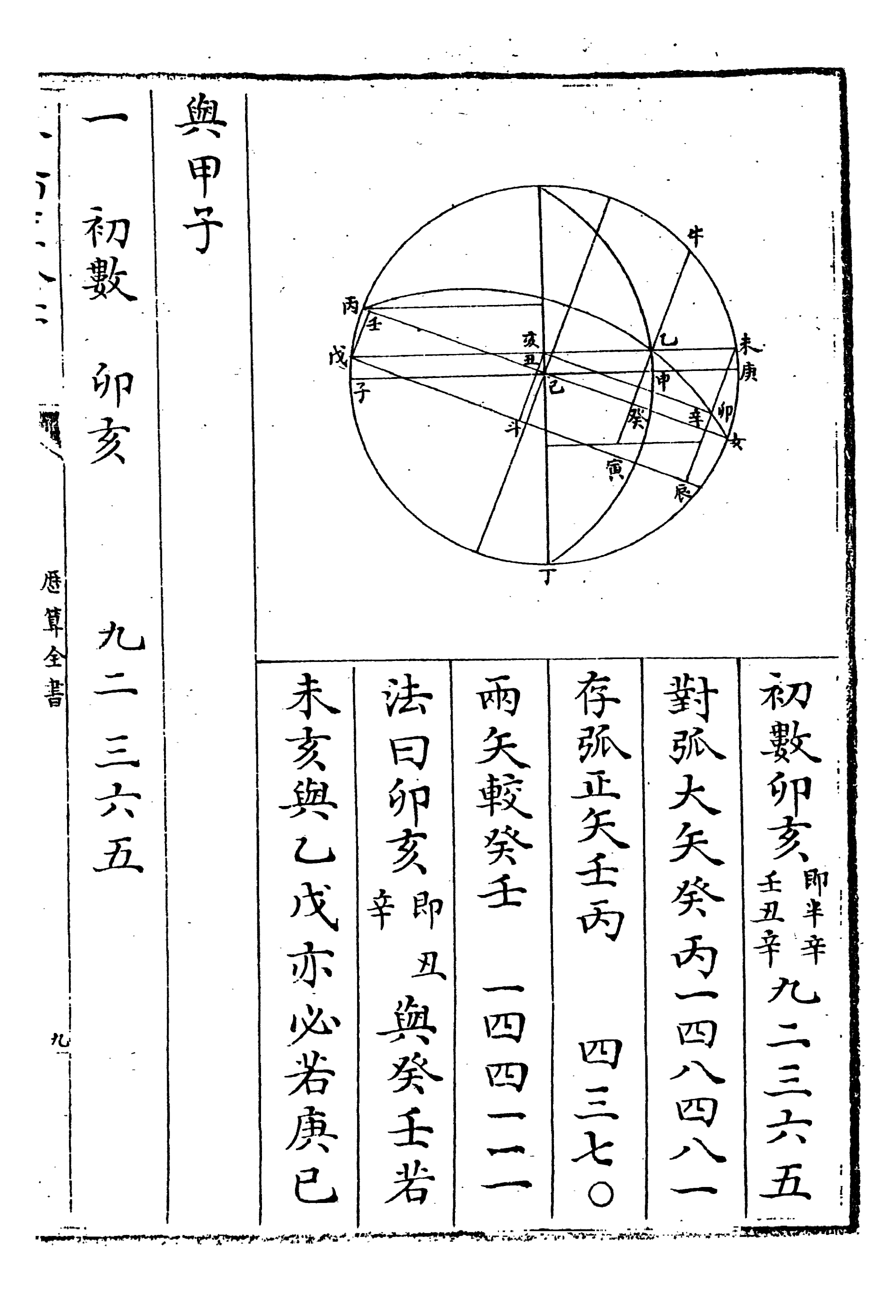
三　半徑　庚己　一〇〇〇〇〇

四　角之矢申子　一五六〇二二

四率大于半徑為大矢其角鈍法當以半徑一〇〇〇〇〇減之餘五六〇二二為鈍角餘弦撿表得餘弦度五十五度五十六分以減半周為丁角度

依法求到丁鈍角一百二十四度〇四分

論曰試作辰戊綫與倍初數辛壬平行而等又引未辛



初數卯亥即半辛壬丑辛九二三六五

對弧大矢癸丙一四八四八一

存弧正矢壬丙　四三七〇

兩矢較癸壬　一四四二一

法曰卯亥即丑辛與癸壬若

未亥與乙戊亦必若庚巳

與甲子

一　初數　卯亥　九二三六五

總弧正弦至辰戌未辰戌句股形又引牛乙癸對弧正弦至寅作亥丑綫引至斗各成句股形而相似則其比例等

一未辰戌大句股　以辰戌倍初數為句未戌通弦為弦

一乙寅戌次句股　以寅戌兩矢較為句乙戌距等大矢為弦

一未卯亥亥斗戌兩小句股並以卯亥斗戌初數為句未亥亥戌正弦為弦

辰戌倍初數與寅戌兩矢較若未戌通弦與乙戌距等大矢是以大句股比小句股也

卯亥初數與癸壬兩矢較若未亥正弦與乙戌距等大

矣是以小句股比大句股也　用亥斗戊形比乙寅戊其理更著

又未戊通弦上全與分之比例原與全員徑上全與分之比例等故三者之比例可通為一也

一大句股截數種小句股故又為全與分之比例

仍用全圖取乙丁女形　求丁鋭角

乙丁邊九十五度　女丁邊六十八度　女乙對弧六十一度

總弧女戊一百六十三度　餘弦壬巳九五六三〇

存弧女未二十七度　餘弦辛巳八九一〇一

兩餘弦并辛壬一八四七三一初數卯亥九二三五六

存弧正矢辛女一〇八九九

對弧正矢癸女五一五一九

兩矢較癸辛四〇六二〇

一　初數　卯亥　九二三六五

二　兩矢較癸辛　四〇六二〇

三　半徑　巳庚一〇〇〇〇〇

四　角之矢申庚　四三九七七

以減半徑得丁角餘弦入表得丁角度

依法求得丁鋭角五十五度五十六分

辛丁乙形

三邊求丁角

辛丁邊五十度一十分　乙丁邊六十

總弧卯辛一百一十度一十分

餘弦庚丙二四四七五

存弧戊辛九度五十分

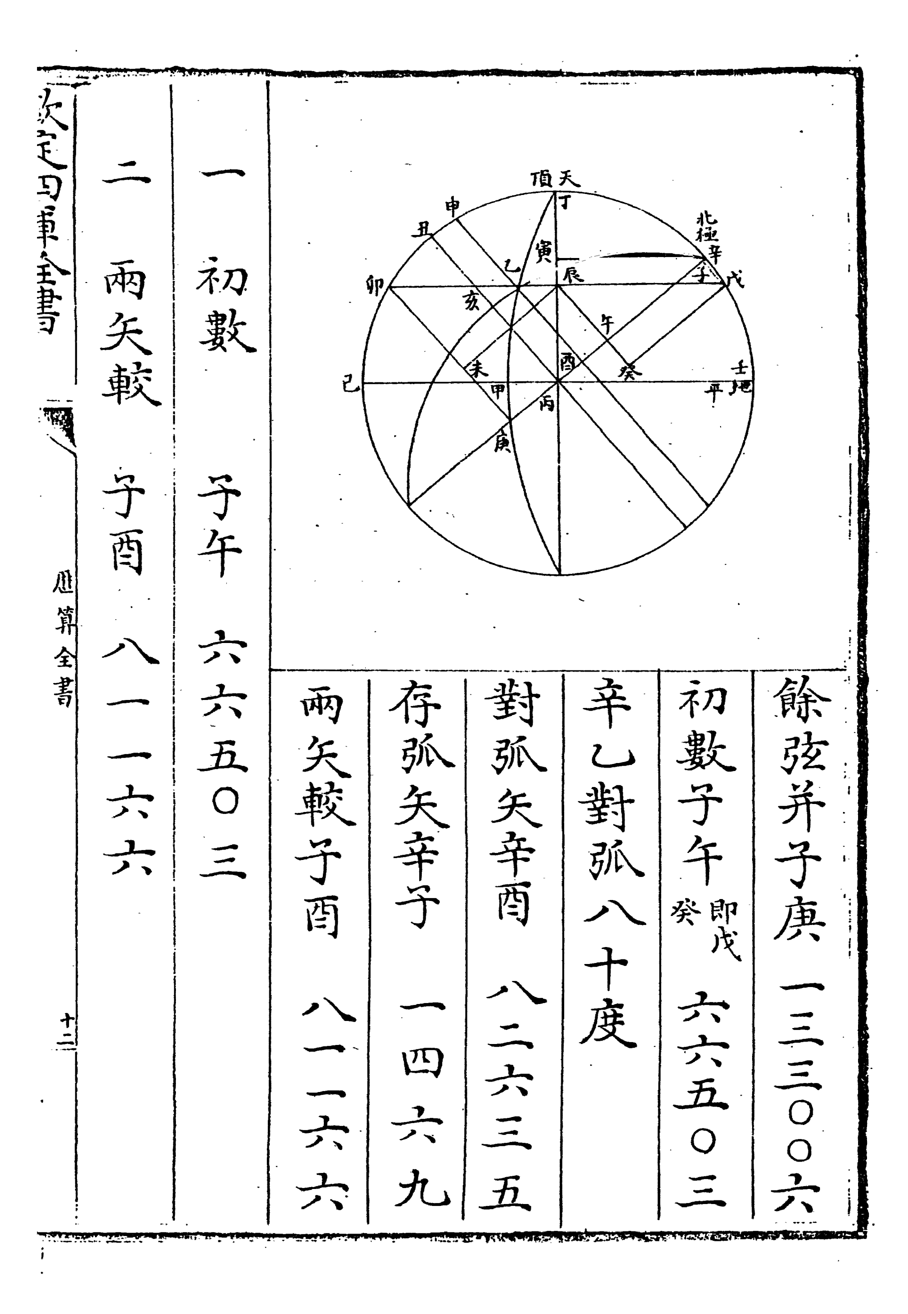
餘弦子丙九八五三一

三　半徑　壬丙一○○○○○

四　丁角大矢壬甲一二二○五○用餘弦入表得丁外角減半周得丁角度

依法求到丁鈍角一百○二度四十四分

論曰此如以日高度求其地平上所加方位也乙為太陽乙甲其高度其餘度丁乙日距天頂也亥乙赤道北緯辛乙為距緯之餘即去極緯度也辛壬為極出地度其餘辛丁極距天頂也所求丁鈍角百○二度太距正北壬之度外角七十七度少距正南巳之度也算得太



餘弦并子庚　一三三〇〇六

初數子午即戊癸　六六五〇三

辛乙對弧八十度

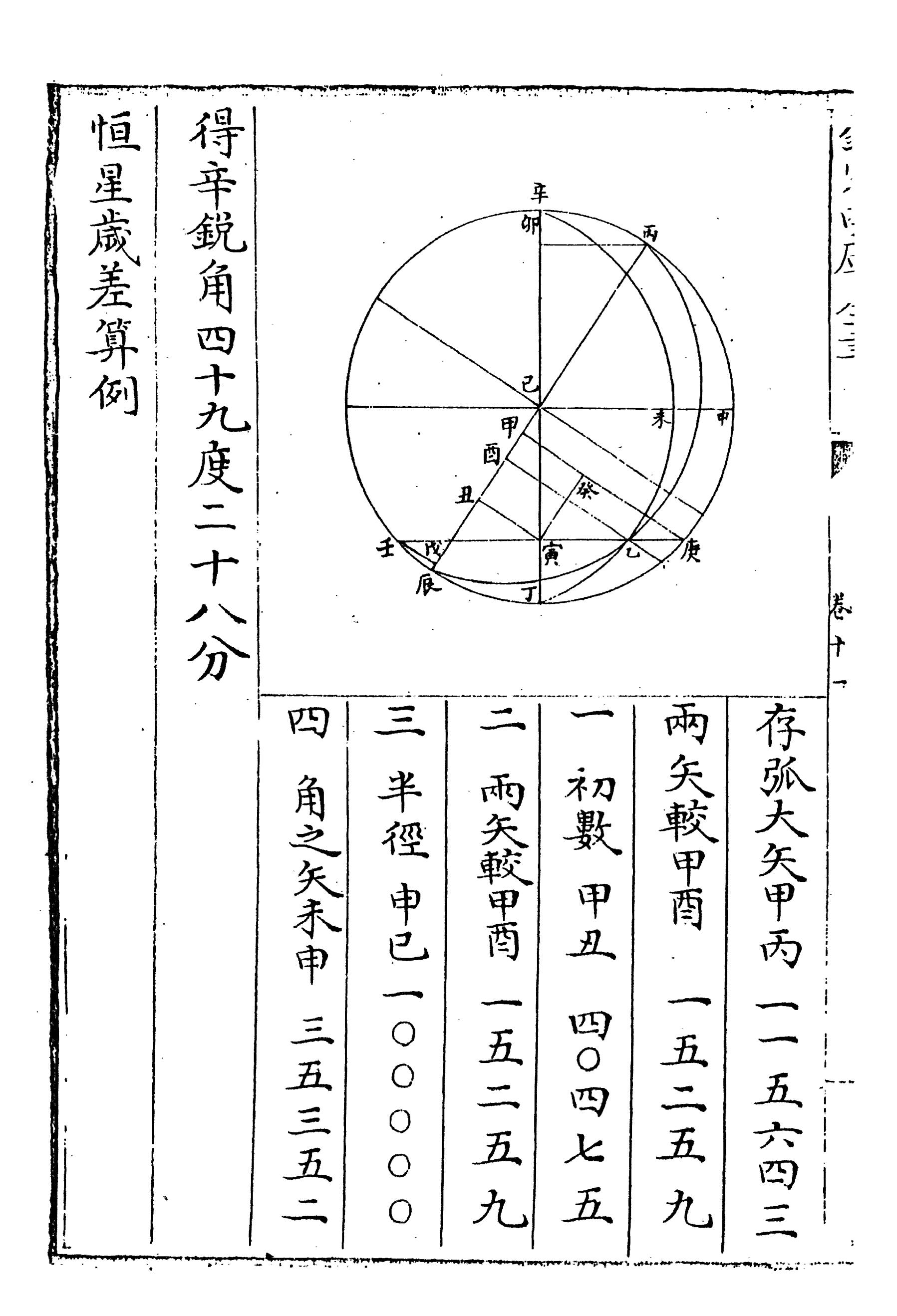
對弧矢辛酉　八二六三五

存弧矢辛子　一四六九

兩矢較子酉　八一一六六

一　初數　子午　六六五〇三

二　兩矢較　子酉　八一一六六



存弧大矢甲丙　一一五六四三

兩矢較甲酉　一五二五九

一	初數甲丑	四〇四七五
二	兩矢較甲酉	一五二五九
三	半徑申己	一〇〇〇〇〇
四	角之矢未申	三五三五二

得辛鋭角四十九度二十八分

恒星歲差算例

陽在正東方過正卯位一十二度太

乙丙辛形 有辛丙三十三度 辛乙百卅二度 對弧乙丙百八度

求辛角

總弧丙壬一百六十五度

餘弦巳戊九六五九三

存弧丙庚九十九度

餘弦巳甲一五六四三　兩餘弦相減餘戊甲八〇九五〇

初數甲丑四〇四七五　對弧大矢酉丙一三〇九〇二

總巳庚辛一百八十八度三十一分半　餘弦丁丙　九八八九五

存巳壬一百四十一度二十八分半　餘弦甲丙　七八二三四

餘弦較丁甲　二〇六六一

初數甲戊　一〇三三〇

庚角正矢申酉　一三九八

一　半徑　申丙　一〇〇〇〇〇

二　庚角矢　申酉　一三九八

三　初數　甲戊　一〇三三〇

大矢內減半徑

取餘弦檢表得

三十八度廿三

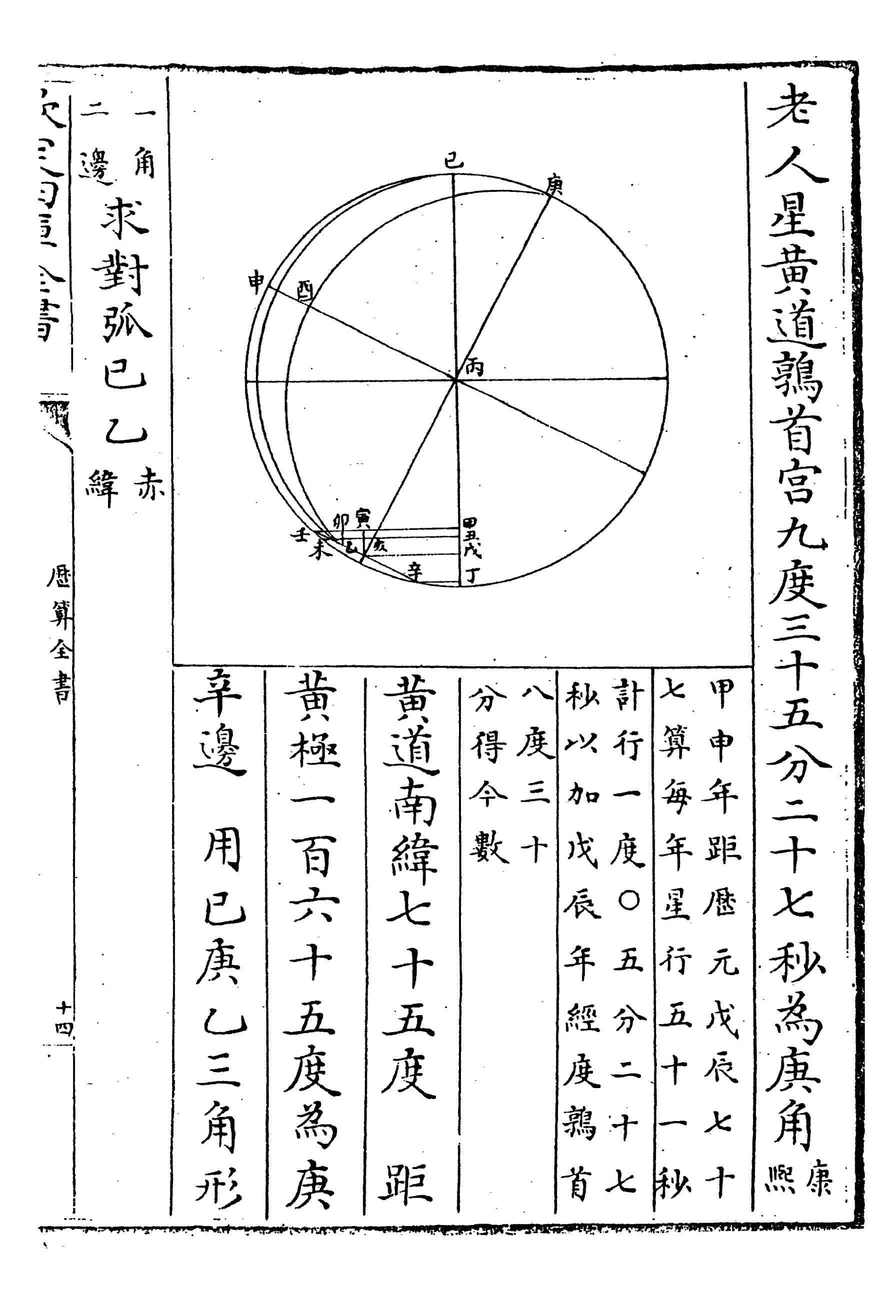
老人星黃道鶉首宮九度三十五分二十七秒為庚角

康熙甲申年距曆元戊辰七十七算每年星行五十一秒計行一度○五分二十七秒以加戊辰年經度鶉首八度三十分得今數

黃道南緯七十五度　距

黃極一百六十五度為庚辛邊

用巳庚乙三角形一角二邊求對弧巳乙赤緯



已庚角旁弧二十三度三十一分半

已乙角旁弧一百四十一度三十六分半

庚乙對弧一百六十五度

三邊求角

總 庚巳未 一百六十五度〇八分

存 庚戌 一百一十八度〇五分

餘弦

子丙 九六六五三

斗丙 四七〇七六

四　兩矢較　甲丑　一四四
加存弧大矢已甲一七八二三四
得對弧大矢已丑一七八八三七八

分半以減半周得星距北極一百四十一度三十六分半為對弧已乙

求到甲申年老人星赤緯在赤道南五十一度三十六分半

以校歷元戊辰年緯五十一度三十三分及儀象志康熙壬子年緯五十一度三十五分可以畧見恒星赤緯歲差之理

求巳角赤經

四 角大矢亢氐一九九七六一 一百七十六度〇二分

置三象限以巳角度減之得星距春分九十三度五十八分

求到甲申年老人星赤道經度在鶉首宮三度五十八分

以校戊辰年赤經九十三度三十九分及儀象志壬子年赤經九十三度五十一分可以見恒星赤經東移之理

加減捷法補遺

捷法以兩餘弦相加減以兩矢較倫四率其用巳簡

然有闕餘弦無可加減闕矢度無可較者雖非恒用

而時或遇之亦布算者所當知也

餘弦較子斗　四九五七七
初數午斗　二四七八八
對弧大矢庚亥一九六五九三
存弧大矢庚斗一四七〇七六
兩矢較亥斗　四九五一七

一	初數　午斗　二四七八八	大矢內減半徑得
二	兩矢較亥斗　四九五一七	餘弦檢表得度以
三	半徑　丙氐一〇〇〇〇〇	減半周得己角度

一加減變例

凡餘弦必小於半徑常法也然或捴弧適足半周則餘弦極大即用半徑為捴弧餘弦　法以存弧餘弦加減半徑折半為初數視存弧不過象限則相加存弧過象限則相減

又若角旁兩弧同數則無存弧而餘弦反大即用半徑為存弧餘弦　法以捴弧餘弦加減半徑折半為初數視捴弧過象限或過半周則相加捴弧在象限內或過三象限則相減

以上用半徑為餘弦者六

凡加減取初數必用兩餘弦常法也然或捴弧適足一象限或三象限或存弧適足一象限皆無餘弦法即用一餘弦折半為初數不須加減捴弧無餘弦即單用存弧餘弦存弧無餘弦即單用捴弧餘弦又或捴弧適足象限或三象限無餘弦而兩弧又同數準前論即以半徑為存弧餘弦或存弧適足象限無餘弦而捴弧又適足半周即以半徑為捴弧餘弦二者並以半徑之半為初數不須加減

以上無加減者六

一兩矢較變例

凡兩矢相較常法也然或其弧滿象限則即以半徑為矢（對弧滿象限則以半徑為對弧矢與存弧矢相較存弧滿象限亦然亦即以半徑與對弧矢相較）

捷法視對弧存弧但有一弧滿象限即命其又一弧之餘弦為兩矢較不更求矢（對弧滿象限即用存弧餘弦存弧滿象限即用對弧餘弦並即命為兩矢較與上法同）

凡以矢較加存弧矢成對弧矢（正矢則對弧小大矢則對弧大）常法也然或有相加後適足半徑者其對弧必適足象限

又有四率中無兩矢較者以無存弧矢故也（準前論角旁兩弧同度無存弧則亦無存弧矢之可較）法即以對弧矢為用不必更求矢較　若角求對邊其所得第四率即對弧矢若三邊求角其所用第三率亦對弧矢（餘詳後例）

設角旁兩弧同度總弧在象限以內　求對角之邊丙乙丁形

乙角一百一十度餘弦三四二〇二　乙丙　乙丁並三十度

兩餘弦相減　五〇〇〇〇　丙庚

半之為初數　二五〇〇〇　丙癸

一　半徑　寅巳　一〇〇〇〇〇

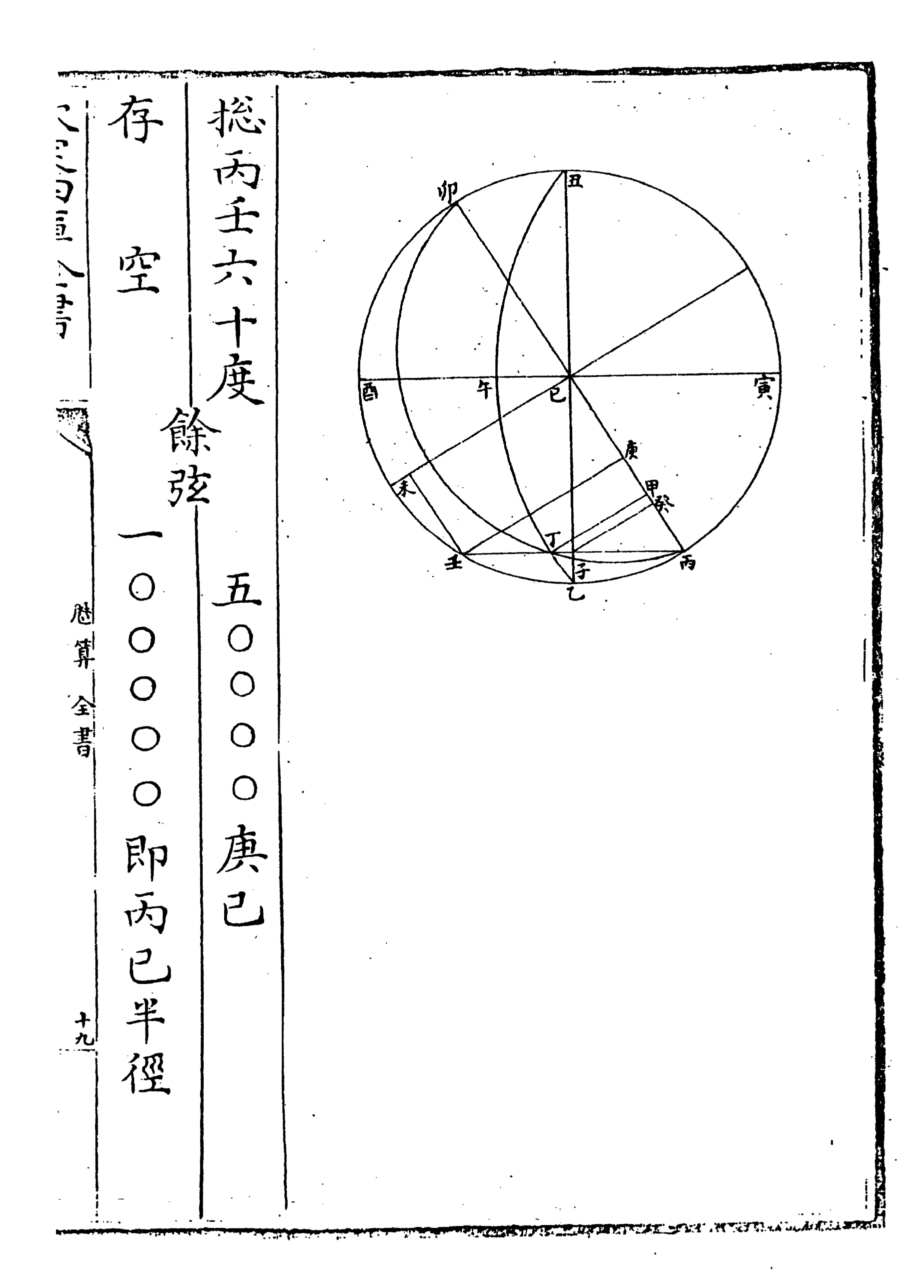
二　初數　丙癸　二五〇〇〇

三　乙角大矢　寅午　一三四二〇二

四　對弧矢　丙甲　三三五五〇　四率本為兩矢較因無存弧矢故即為對弧之矢

對弧餘弦　甲巳　六六四五〇

求到對弧丁丙四十八度二十二分



揔丙壬六十度

餘弦　五〇〇〇〇庚巳

存空　一〇〇〇〇〇即丙巳半徑

論曰以半徑為存弧餘弦何也弧大者餘弦小弧小者餘弦大今存弧既相減而至于無則小之至也故其餘弦亦大之至而成半徑也　四率即為對弧矢何也弧大矢亦大弧小矢亦小既無存弧則亦無矢矣無矢則無可較故四率即對弧矢也　然則其比例奈何曰半徑寅巳與大矢寅午若正弦子丙與距等大矢丁丙亦即若初數丙癸與對弧矢丙甲

若三邊求角則反其率

一初數　二半徑　三對弧矢　四乙角矢

若捴弧過三象限其法亦同

前圖丁丑丙形

丑角同乙角

丑丁

丑丙　並一百五十度

捴壬丑丙三百度　五〇〇〇〇　壬未即庚巳

餘弦

存　空　一〇〇〇〇〇　即丙巳半徑

其所用四率以得對弧丁丙並同上法

若三邊求角則反其率

一初數　二半徑　三對弧矢　四丑角矢

一系　兩邊同度無存弧矢則徑以對弧矢當兩矢較之用

設總弧滿半周而較弧亦過象限　求對角之邊

前圖卯丑丁形

丑角　七十度餘弦　三四二〇二　午巳

丑丁　一百五十度

丑卯　三十度

揔卯丑丙一百八十度　餘弦一〇〇〇〇〇丙巳

存卯壬一百二十度　五〇〇〇〇庚巳

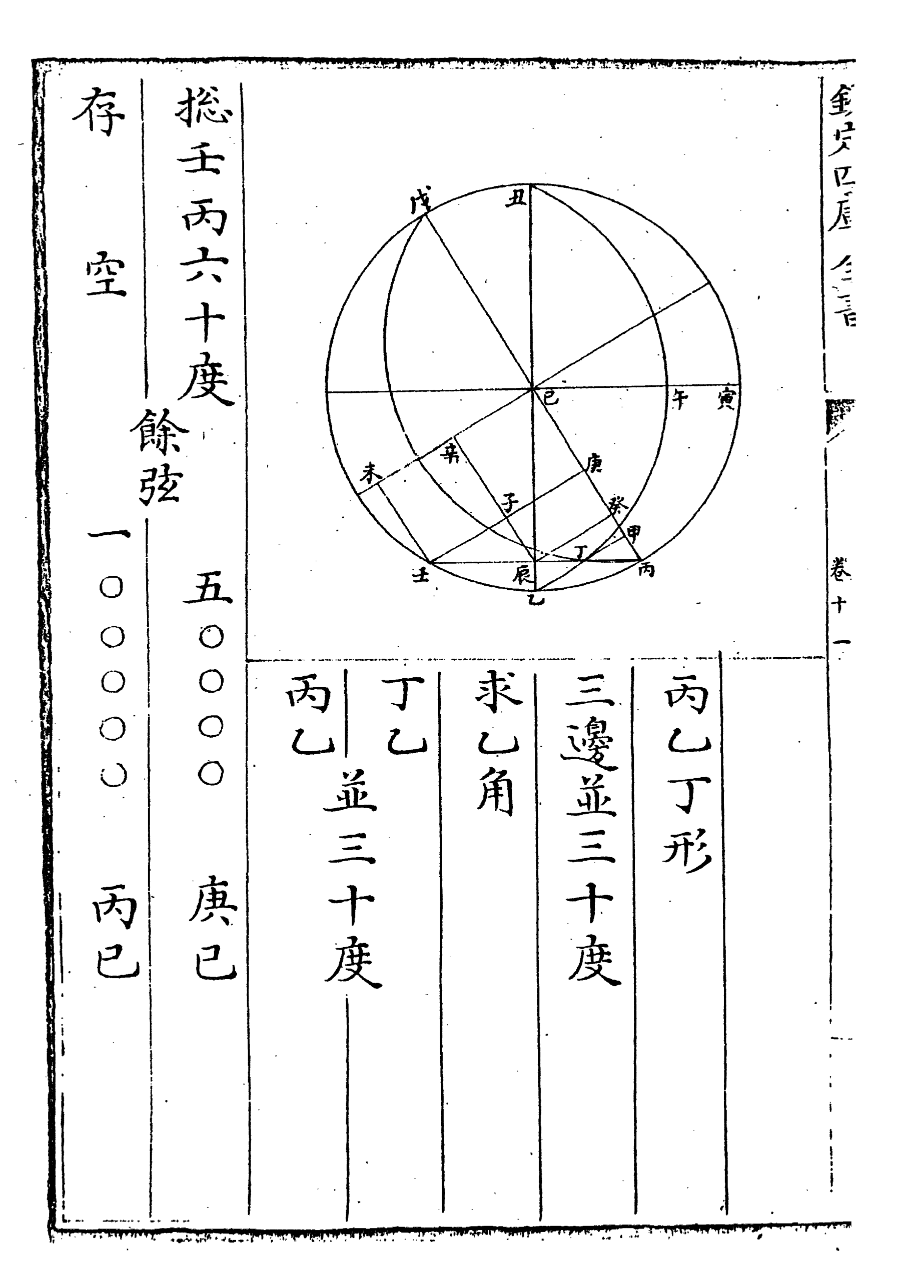
相減　五〇〇〇〇庚丙

初數　二五〇〇〇庚癸

存弧大矢一五〇〇〇〇庚卯

丑角矢　六五七九八午酉

一半徑　酉巳　一〇〇〇〇〇



丙乙丁形

三邊並三十度

求乙角

丁乙丙乙並三十度

捴壬丙六十度

餘弦

五〇〇〇〇　庚巳

存空

一〇〇〇〇〇　丙巳

二　初數　丙癸（即庚癸）　二五〇〇〇

三　丑角矢　午酉　六五七九八

四　兩矢較　庚甲　一六四四九

加存弧大矢庚卯　一五〇〇〇〇

得對弧大矢甲卯　一六六四四九

求到對弧卯丁一百三十一度三十八分

設三小邊同數

求角

相減　五〇〇〇〇　丙庚
初數　二五〇〇〇　丙癸
對弧丁丙三十度餘弦　八六六〇三　甲己
矢　一三三九七　丙甲
一　初數　丙癸　二五〇〇〇
二　半徑　寅己　一〇〇〇〇〇
三　對弧矢丙甲　一三三九七
四　乙角矢寅午　五三五八八

餘弦午巳　四六四一二

求到乙角六十二度二十分　丁丙二角同

論曰此亦因存弧無矢故以對弧矢為三率也其比例為初數丙癸與對弧矢丙甲若乙丙正弦丙辰與丙丁距等矢則亦若寅巳半徑與乙角矢寅午

一系　凡三邊等者三角亦等

前圖丁丑丙形　二大邊同度一小邊為大邊減半周之餘

三邊求角

丑丁

丑丙　並一百五十度

捴丙丑壬三百度　餘弦　五〇〇〇〇　庚己

存　空　一〇〇〇〇〇　丙己半徑

其對弧丁丙亦三十度所用四率並同上法所得丑角

六十二度二十分亦同乙角惟餘兩角丁丙並一百一十

七度四十分皆為丑角減半周之餘

若先有角求對邊則反其率

又于前圖取丁丑戊形

丑丁　一百五十度

丑戊　三十度

捻戊丑丙一百八十度　一〇〇〇〇〇丙已即半徑

存戊壬　一百二十度　餘弦　五〇〇〇〇庚已

其對弧戊丁一百五十度為丑戊三十度減半周之餘故所用四率亦同但所得矢度為丑外角之矢當以其度減半周得丑角一百一十七度四十分戊角同丑角　丁角六十二度二十分即丑外角

子乙丙乙並四十五度

捴丁丙九十度 餘弦 空

存 空 一〇〇〇〇〇 丙巳即半徑

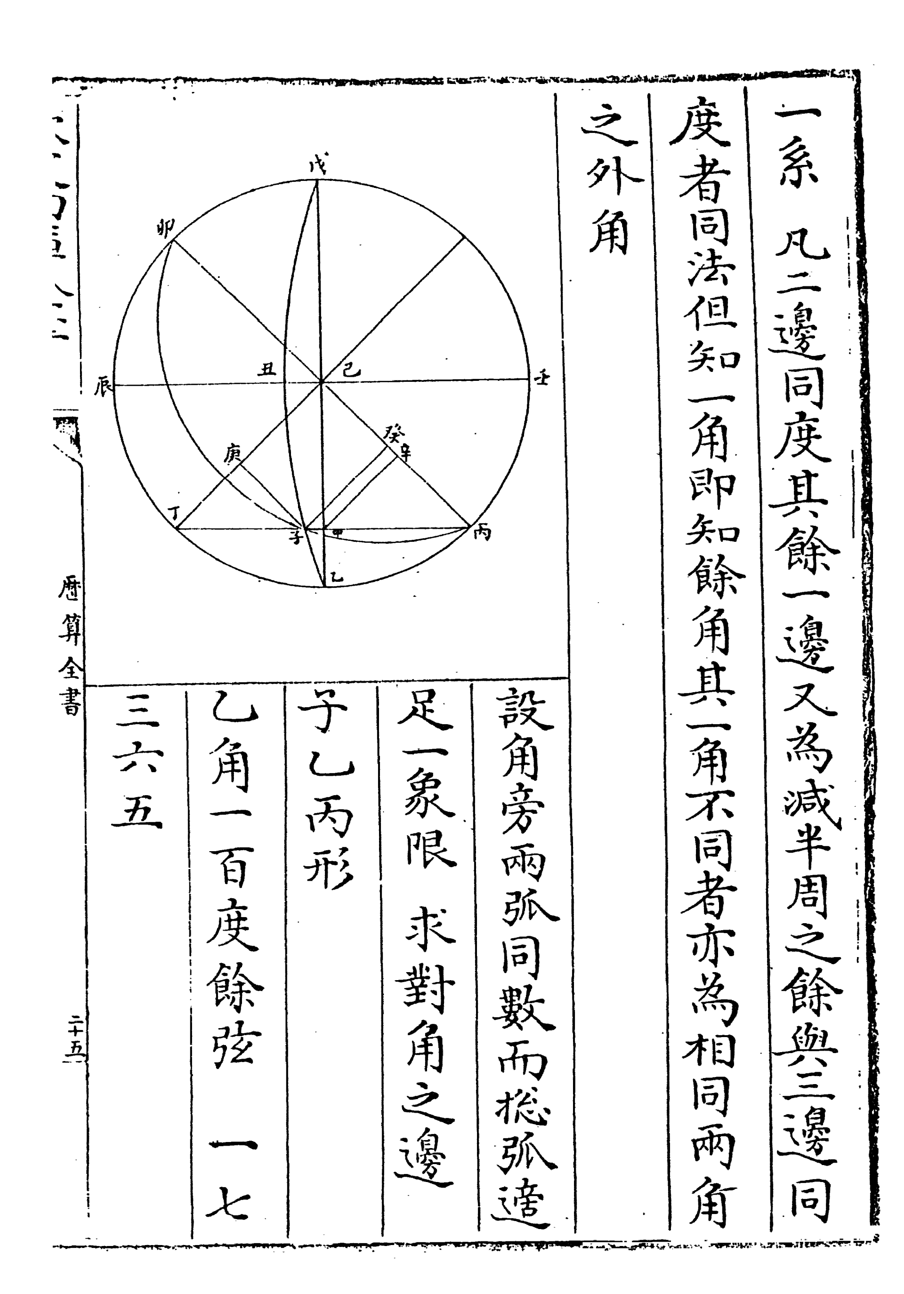
初數 五〇〇〇〇 丙辛即半徑之半

一 半徑 壬巳 一〇〇〇〇〇

二 初數 丙辛 五〇〇〇〇

三 乙角大矢壬丑 一一七三六五

一系　凡二邊同度其餘一邊又為減半周之餘與三邊同度者同法但知一角即知餘角其一角不同者亦為相同兩角之外角



設角旁兩弧同數而揔弧適足一象限　求對角之邊

子乙丙形

乙角一百度餘弦　一七三六五

四　對弧矢　丙癸　五八六八二

餘弦癸已　四一三一八

求到對弧子丙六十五度三十六分

論曰半半徑為初數何也準前論半徑即存弧餘弦而捴弧無餘弦無可相減故即半之為初數　問捴弧何以無餘弦曰弧大者餘弦小捴弧滿象限則大之極也故無餘弦　其比例可得言乎曰壬巳與壬丑若丙甲與丙子則亦若丙辛與丙癸　若所設為子戊丙形

戊角同乙角一百度

（戊子戊丙）同為一百三十五度　捴二百七十度（滿三象限）亦無餘弦亦如上法以半半徑為初數依上四率求到對戊角之子丙弧六十五度三十六分

若三邊求角則反其率

一初數　二半徑　三對弧矢　四角之矢

設角旁兩弧之捴滿半周而存弧亦滿象限　求對角之弧　用前圖子戊卯形

戊角　八十〇度餘弦　一七三六五

子戊一百三十五度

卯戊　四十五度

摠卯丙一百八十度　餘弦　一〇〇〇〇〇　即丙巳半徑

存卯丁　九十度　空

餘弦無減半半徑為初數　五〇〇〇〇　巳辛即庚甲

存弧滿象限半徑為正矢一〇〇〇〇〇　即卯巳半徑

一　半徑　辰巳　一〇〇〇〇〇

二 初數 巳辛 五〇〇〇〇

三 戊角矢辰丑 八二六三五

四 兩矢較巳癸 四一三一七 即對弧卯子餘弦

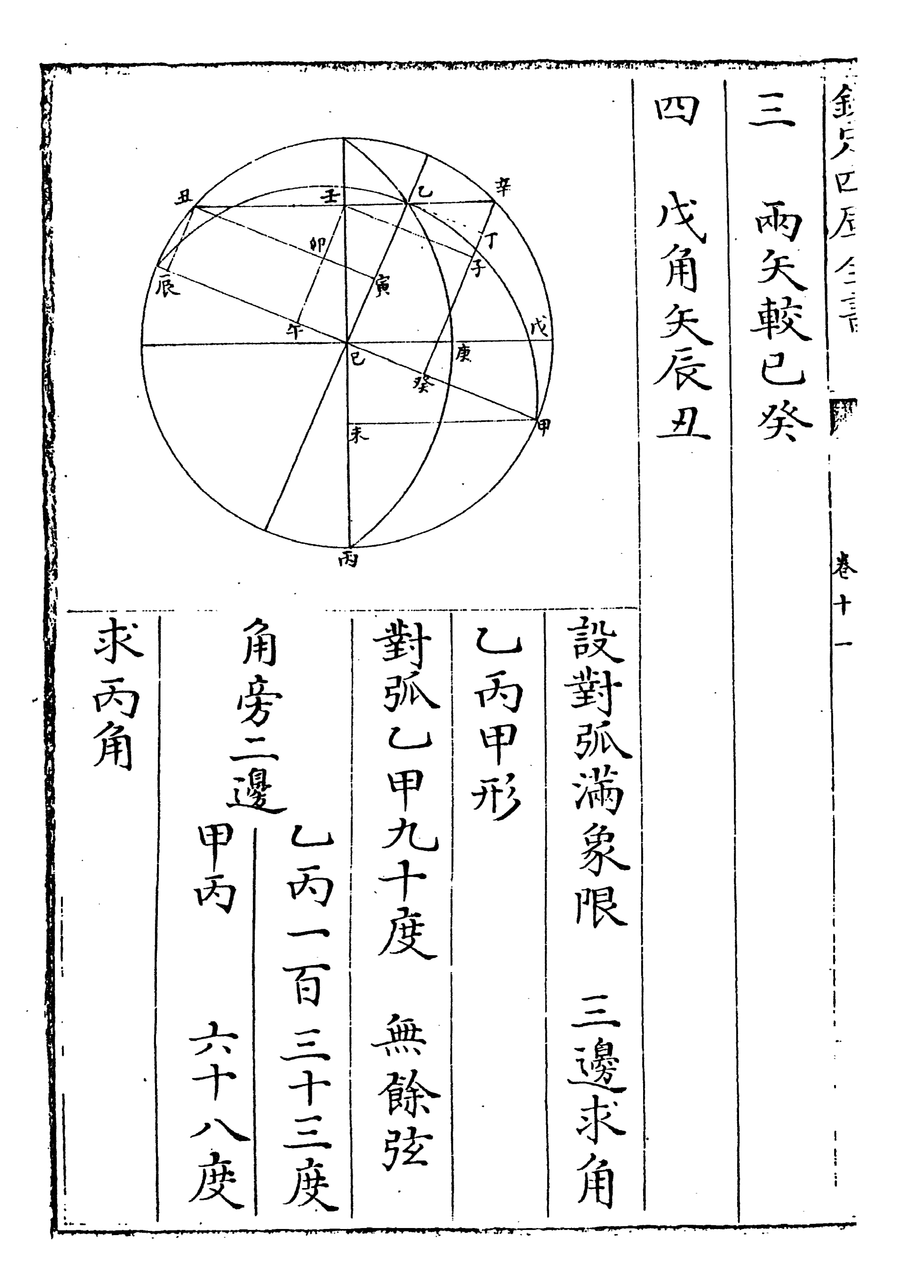
對弧大矢卯癸 一四一三一七 以兩矢較加存弧矢得對弧大矢

求到對弧卯子一百一十四度二十四分

論曰捴弧以半徑為餘弦何也凡過弧大者餘弦大過弧滿半周則大之至也故其餘弦亦最大而即為半徑也 然則存弧又能以半徑為矢何也弧大者矢大存

三　兩矢較巳癸

四　戊角矢辰丑



設對弧滿象限　三邊求角

乙丙甲形

對弧乙甲九十度　無餘弦

角旁二邊　乙丙一百三十三度　甲丙　六十八度

求丙角

弧既滿象限故其矢亦滿半徑矣

問兩矢較已癸即對弧之餘弦也何以又得為兩矢較

曰他存弧之矢有大小而不得正為半徑故其與對弧

矢相較亦有大小而不得正為餘弦令矢既為半徑較

必餘弦矣

若三邊求角則反其率

一　初數　已辛　其比例為已辛與已癸若丁甲

二　半徑　辰已　與丁子則亦若辰已與辰丑

三 矢較 已癸 四二二六三 即存弧餘弦

四 丙角矢 庚戊 六二九〇四

求到丙角六十八度一十四分

其比例為初數午癸與餘弦巳癸若正弦壬辛與距等矢乙辛也必若半徑巳戊與角之矢庚戊

若先有丙角求對弧則反其率

一半徑 戊巳 二初數 午癸 三丙角矢 戊庚 四兩矢較 巳癸

以所得四率與存弧矢甲癸 五七七三八 相加適足半徑 戊巳甲 命

揔甲丙丑二百〇一度　　辰已　九三三五九

存甲辛六十五度　餘弦　癸已　四二二六二

相加辰癸　一三五六二一

初數午癸　六七八一〇

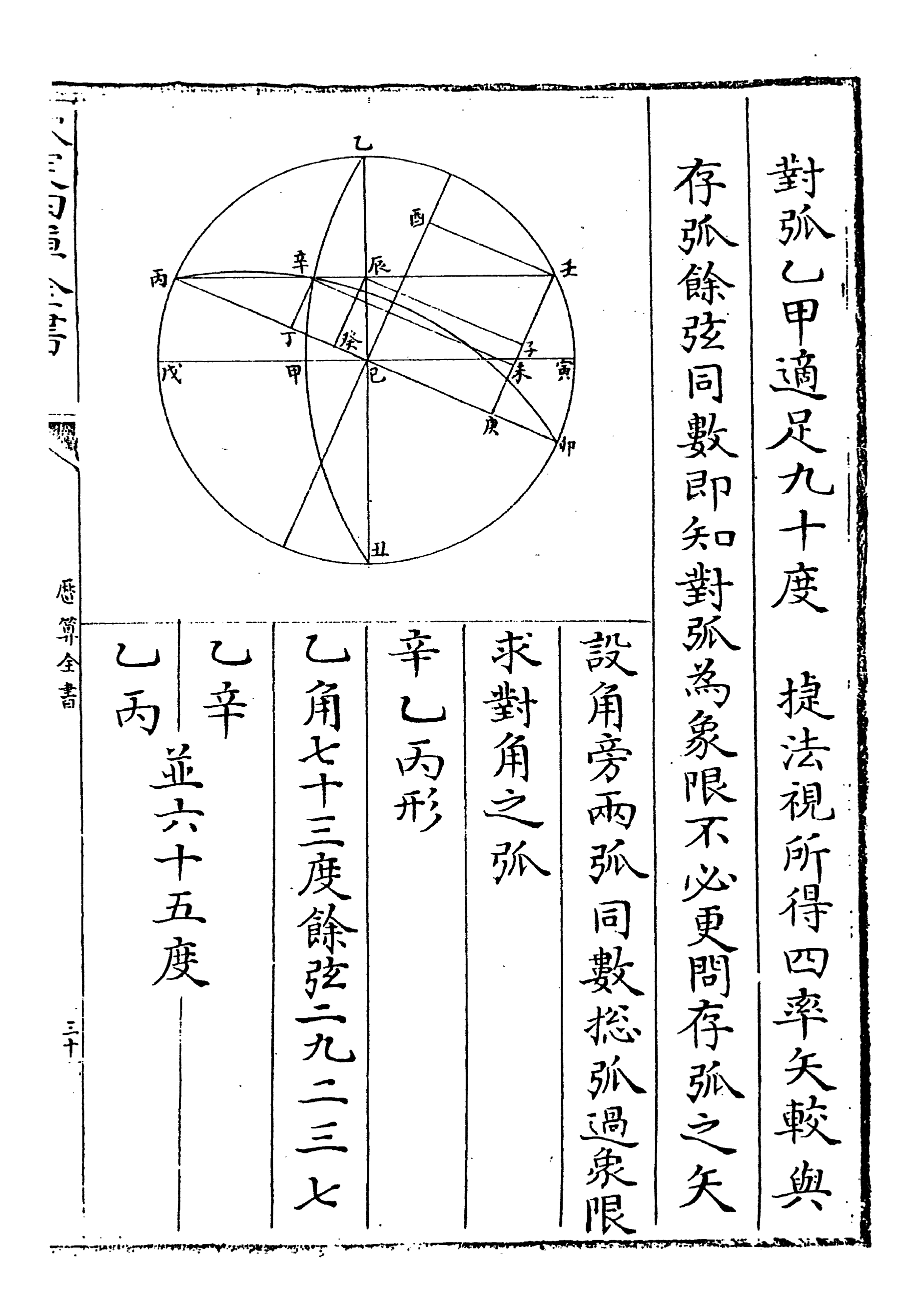
對弧滿象限矢即半徑已甲一〇〇〇〇〇

用捷法即以存弧餘弦癸已為矢較

一　初數　午癸　六七八一〇

二　半徑　已戊　一〇〇〇〇〇

總丙壬一百三十度　　六四二七九　庚巳
　　　　　　　　餘弦
存　空　　　　　一〇〇〇〇　丙巳
　　相加折半為初數　八二一三九　癸丙
一　半徑　己戊一〇〇〇〇〇
二　初數　癸丙　八二一三九
三　乙角矢甲戊　七〇七六三
四　對弧矢丁丙　五八一二四
　　餘弦丁巳　四一八七六



對弧乙甲適足九十度　捷法視所得四率矢較與存弧餘弦同數即知對弧為象限不必更問存弧之矢

設角旁兩弧同數揔弧過象限

求對角之弧

辛乙丙形

乙角七十三度餘弦二九二三七

乙辛
　並六十五度
乙丙

其所用四率求對弧及三邊求角並如上法

設捴弧滿半周而存弧不過象限　求對弧

前圖辛乙卯形

乙角　一百〇七度餘弦　二九二三七　甲巳

乙卯　一百十五度

乙辛　六十五度

捴丙乙卯一百八十度　一〇〇〇〇〇　巳丙即半徑

存壬卯　五十度餘弦　六四二七九　巳庚

求到對弧辛丙六十五度一十五分

若三邊求角則反其率

一初數癸丙　二半徑己戊　三對弧矢丁丙　四乙角矢甲戊

設角旁弧同數捴弧過半周其算並同

前圖辛丑丙形

辛丑　丙丑並一百十五度

捴弧丙丑壬二百三十度餘弦　六四二七九　庚巳

丑角同乙角

相加半之為初數 八二一三九 癸庚即子辰

一 半徑 寅巳 一〇〇〇〇〇

二 初數 庚癸 八二三一九

三 乙角大矢寅甲 一二九二三七

四 兩矢較 庚丁 一〇六一五三 即辛未

加存弧正矢庚卯 三五七二一

得對弧大矢丁卯 一四一八七四

求到對弧卯辛一百一十四度四十五分

加減又法　解恒星暦指第四題三率法與加減捷法同理

弧三角有一角及角旁二邊求對角之弧

法曰以角旁大弧之餘度與小弧相加求其正弦為先得弦　次以角旁兩弧相加視其度若適足九十度即半先得弦為次得弦（此大弧之餘弧與小弧等）若角旁兩弧揔大于象限（此大弧之餘弧小于小弧）則以大弧之餘弧減小弧而求其弦以加先得弦然後半之為次得弦若兩弧揔不及象限（此大弧之餘弧大于小弧）則以小弧減大弧之

餘弧而求其弦以减先得弦然後半之為次得弦

又以角之矢為後得弦

以後得弦乘次得弦為實半徑為法除之得數為他弦

一率　全數

二率　次得弦即初數

三率　後得弦即角之矢

四率　他弦即兩矢較

並以他弦與先得弦相减為所求對角弧之餘弦若他

弦大于先得弦即以先得弦減他弦（不問何弦但以小減大）

右法不載測量全義而附見歷指人自江南來得小兒以燕家信以此為問謂與環中黍尺有合也乃為摘録以疏其義

論曰此亦加減代乘除之一種也加減法以揔弧存弧之餘弦相加減以取初數此則不用存弧而用存弧之餘度（以餘度取正弦即存弧之餘弦故也）又不正用存弧之餘度而用大弧之餘度（以大弧之餘度加小弧即存弧之餘度故也）至其加減又不用揔弧而用大弧餘度與小弧相減之較弧（以此較弧之正弦即揔弧之餘弦故也）取徑迂迴而理數脗合非兩法相提並論不足以

四丙矢較卯癸即丁子末以卯癸加癸丙得卯丙為對弧矢乃查其度得對弧丁丙

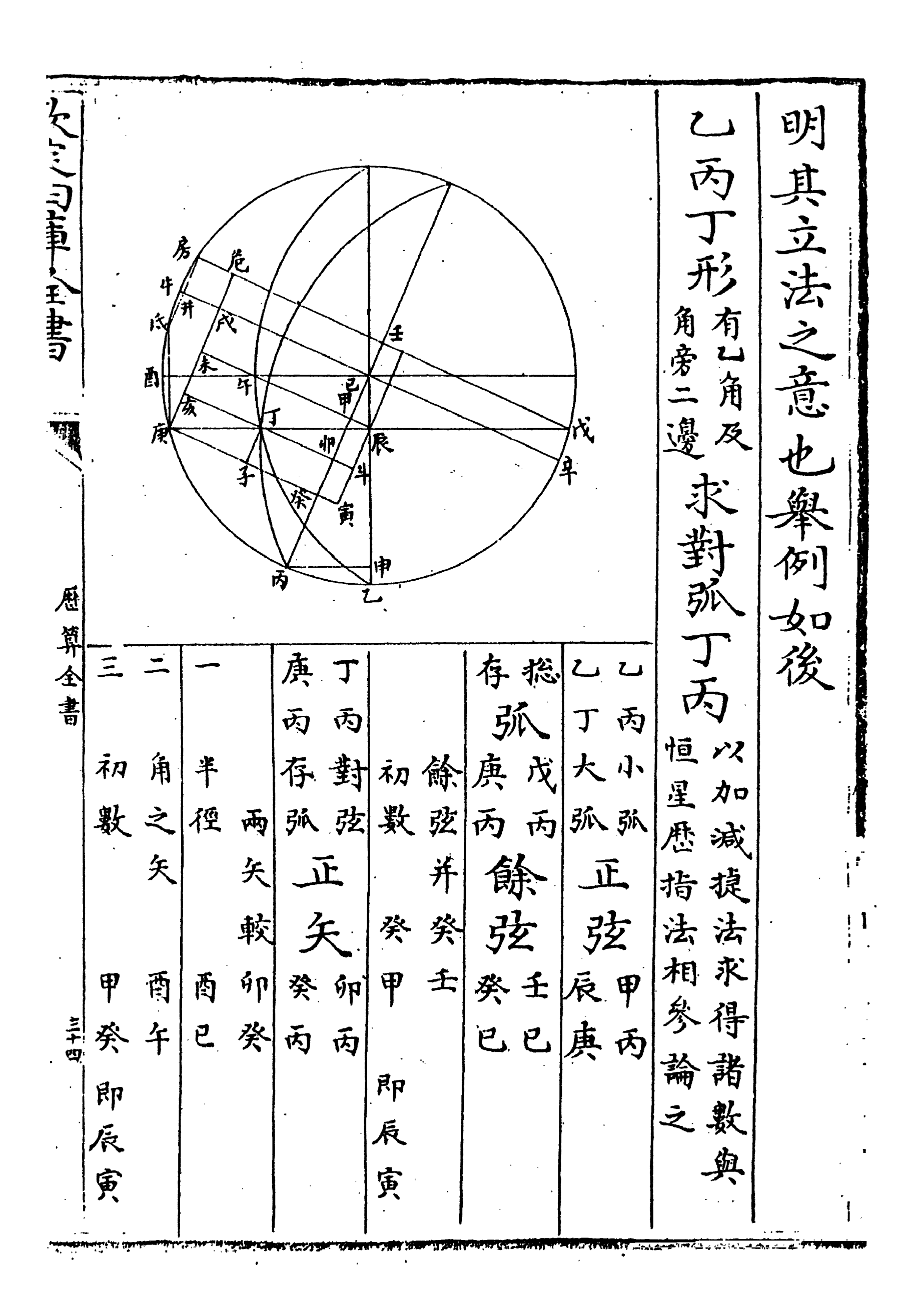
右加減法也

今改用恒星歷指之法 先以酉庚為角旁大弧乙丁之餘弧乙庚同乙丁大弧度也乙酉同乙午皆象限也乙酉象限內減乙庚猶之乙午內減乙丁也故庚酉即乙丁之餘 又以牛酉當角旁小弧乙丙乙酉與牛丙皆象限內減同用之丙酉同乙丙 二者相加成牛庚取其正弦戊庚是為先得弦

次視角旁兩弧乙丙乙丁之揔丙戊大于象限丙辛法當以大弧

明其立法之意也舉例如後

乙丙丁形有乙角及角旁二邊求對弧丁丙以加減捷法求得諸數與恒星歷指法相參論之



乙丙小弧正弦甲丙
乙丁大弧正弦辰庚

捴弧戊丙餘弦壬巳
存弧庚丙餘弦癸巳

餘弦并癸壬
初數癸甲即辰寅

丁丙對弦正矢卯丙
庚丙存弧正矢癸丙
兩矢較卯癸

一　半徑酉巳
二　角之矢酉午
三　初數甲癸即辰寅

餘度去減小弧得較于同小弧之牛酉內減同大弧餘度之氐酉其較牛氐與牛房等而取其弦牛氐較與牛房等則氐井弦與房井等而即與危戌等是危戌即牛氐較之弦也以加先得弦以危戌加戌庚戌危庚然後半之危庚半之于未戌未庚為次得弦

又以乙角之矢午酉為後得弦與次得弦未庚相乘為實半徑為法除之得他弦亥庚

末以他弦亥庚減先得弦戌庚其餘亥戌為對弧丁丙之餘弦

查表得對弧

論曰牛庚之正弦戊庚與癸巳平行而等即存弧之餘弦也牛庚為小弧與大弧餘度之并實即存弧两庚之餘度故戊庚即同癸巳次得弦未庚與甲癸平行而等即初數也以危戊加戊庚而成危庚猶總存两餘弦相加成癸壬也危庚既同癸壬則其半未庚亦同甲癸他弦庚亥與卯癸平行而等即两矢較也末以他弦與先得弦相減而得對弧餘弦猶以两矢較與存弧之矢相加而得對弧之矢也两矢較即两餘弦較也故加之得矢者然則此两法者固異名而同實矣減之即得餘弦

又論曰加減本法用大弧小弧之總與較取其餘弦以

相加減今此法則用大弧餘度與小弧之揔與較而取其正弦以相加減如牛庚是大弧餘度與小弧之揔牛氐是大弧餘度與小弧之較用若相反而得數並同者何也曰餘弧與正弧互為消長其數相待是故大弧之餘度大于小弧則揔弧不及象限矣大弧之餘度小于小弧則揔弧過象限矣揔弧過象限宜相加此條是也揔弧不及象限宜相減後條是也宜加宜減之數無一不同得數安得而不同得數謂初數也在此法則為次得弦

又論曰此法之于加減法猶甲數乙數之于初數次數也初數次數用餘弦甲數乙數用正弦加減法用餘弦此法用正弦所以然者皆以角旁之弧半用餘度也甲數乙數法內一弧用本度一弧用餘度此法小弧用本度大弧用餘度一加減法乃有四用其省乘除並同而繁簡殊矣

乙丙丁形

有乙角及角旁二邊

求對弧丁丙

右加減法也

今依恒星法改用大弧之餘度庚酉即午丁與小弧牛酉即乙丙相加戌牛庚即存弧丙庚之餘度求其正弦為先得弦戌庚同巳癸即存弧之餘弦次視兩弧之摠戌丙不及象限法當以小弧減大弧餘度取氐酉如酉庚以牛酉減之得較氐牛與牛房等取其正弦女房即女氐亦即戌危以減先得弦戌危減戌庚餘危庚與癸壬等然後半之危庚半之于虛戌庚虛與甲癸等為次得弦又以乙鈍角大矢午酉為後得弦與次得弦相乘為實半徑為法除之得他弦亢庚與卯癸等末以他弦亢庚

乙丙小弧　正弦　申丙
乙丁大弧　正弦　辰庚

揔弧戊丙　餘弦　壬巳
存弧庚丙　餘弦　癸巳

餘弦較　壬癸
初數　癸甲

丁丙對弧　正矢　卯丙
庚丙存弧　正矢　癸丙

兩矢較　卯癸

一　半徑　酉巳
二　角大矢　酉午
三　初數　甲癸
四　兩矢較　卯癸

末以卯癸加癸丙成卯丙為對弧矢查其餘弦得對弧丁丙

其正弦庚甲為先得弦次視兩弧之總丑乙適足象限即半先得弦為次得弦癸甲或癸庚又以角之大矢午酉為後得弦乘之午酉乘癸甲半徑酉巳除之得他弦卯甲即壬未以減先得弦甲庚得對弧餘弦卯庚即壬巳查表度得對弧丁乙

解曰此因大弧之餘酉甲與小弧戊酉同數則無加減故即半先得弦為次得弦也在加減法則為總弧無

減先得弦戌庚其餘戌亢即卯巳為對弧餘弦查表得對弧

丁丙

一率　半徑　酉巳

二率　次得弦庚虛即初數甲癸

三率　後得弦午酉即角大矢

四率　他弦　亢庚即丙矢較卯癸

乙丙丁形有丙角及角旁二邊求對弧丁乙

法以丁丙大弧之餘午丁即酉甲與小弧乙丙即戊酉相加戌、甲戊求

甲以加先得弦乙庚而半之甲庚之半為甲丑為次得弦又以角之大矢卯癸為後得弦以乘次得弦為實半徑為法除之得他弦牛庚末以他弦牛庚與先得弦庚乙相減得牛乙即壬巳為對弧之餘弦查餘弦度以減半周得對弧丁丙

解曰此為他弦大于先得弦故反減也在加減法則所得為對弧大矢與存弧小矢之較而兩矢較即兩餘弦并也故減存弧餘弦得對弧餘弦

補求經度法

餘弦丙即半存弧餘弦為初數

丙戊丁形有戊角及角旁二邊求對弧丁丙

如法以大邊丙戊之餘卯丙即癸庚與小弧丁戊即癸辛相加成辛庚取其正弦庚乙為先得弦次眎角旁兩弧之揔辰丁大于象限法當以癸庚減癸辛得較子辛即辛井而取其正弦子斗即井斗亦即乙

二　他弦　　壬酉　即牛庚乃對弧餘弦加先得弦因對弧大故相加

三　半徑　　巳癸

四　鈍角大矢卯癸　卯癸大矢內減巳癸半徑為餘弦查表得度以減半周為戊鈍角之度

論曰角求對邊者求緯度也三邊求角者求經度也二者之分祇在四率中互換無他繆巧歷指注云求緯用正弦求經用切線殊不可曉及查其後條用例亦無用切綫之法殆有缺誤歷書中如此者甚多故在善讀耳

加減通法

法用角旁兩弧（大弧用餘度　小弧用本度）相加得數取正弦為先得弦又相減得較取正弦以與先得弦相加減（角旁兩弧大于象限則相加若小于象限則相減）而半之為次得弦（若角旁兩弧并之適足一象限則徑以先得弦半之為次得弦不須加減）用為首率　次以對角弧之餘弦與先得弦相加減得他弦為次率（對弧大于象限相加小于象限則相減）半徑為三率　求得角之矢為四率（正矢為銳角　大矢為鈍角）

假如丙戊丁形有三邊求戊角（借用前圖）

一次得弦　甲丑（乃先得弦甲庚之半）即庚丑

加減代乘除之法以算三邊求角及二邊一角求對角之邊皆斜弧三角之難者也其算最難而其法益簡故凡算例中兩正弦相乘者即可以加減代之則雖正弧諸法實多所通故謂之通法

法曰凡四率中有以兩正弦相乘為實半徑為法者皆可以初數取之　有以兩餘弦相乘為實半徑為法者皆可以次數取之　有以餘弦與正弦相乘為實半徑為法者皆可以甲乙數取之

假如正弧形有角有角旁弧而求對角之弧此如有春分角有黃道而求距度　本法當以角之正弦與角旁弧之正弦相乘為實半徑為法除之也今以初數取之即命為所求度正弦

設黃道三十度求黃赤距度

春分角二十三度三十一分半

黃道三十〇度

揔弧五十三度三十一分半　餘弦五九四四七

存弧六度二十八分半　餘弦九九三六二

相減三九九一五

折半一九九五七即初數

用初數為正弦檢表得度

求到黃赤距度一十一度三十〇分四十二秒

又設黃道七十五度求黃赤距度

春分角二十三度三十一分半

黃道七十五度

總弧九十八度三十一分半　餘弦一四八二四

存弧五十一度二十八分半　餘弦六二二八五

用初數為正弦檢表得度　相加七七一〇九　折半三八五五四

求到黃赤距度二十二度四十分三十九秒

又如句股方錐法有大距有黃道而求距緯本以大距

正弦黃道餘弦相乘半徑除之也今以甲數取之

設黃道六十度求距緯句股方錐黃道以距二至起算下同

黃赤大距二十三度三十一分半

黃道　六十〇度

捻弧　八十三度三十一分半　正弦　九九三六二

存弧　三十六度二十八分半　五五四四七

相減三九九一五半之一九九五七為甲數

用甲數為正弦檢表得度

求到距緯一十一度三十〇分四十二秒

設黃道一十五度求距緯

黃赤大距二十三度三十一分半

黃道　一十五度

捻弧　三十八度三十一分半　正弦　六二二八五

存弧　八度三十一分半　正弦　一四八二四

餘弦如法相加減而半之成初數即命為乙角餘弦

本法用正弦與餘弦相乘而亦以初數取之何也曰甲丙餘弦實次形丁丙正弦也故仍用初數

假如斜弧形作垂弧法本為半徑與角之正弦若角旁弧之正弦與垂弧之正弦也今以初數即命為垂弧正弦

設丁乙丙形有乙銳角有丁乙邊求作丁甲垂弧

乙角度乙丁弧相并相減為揔存弧而取其餘弦如法相加減而半之成初數即命為丁甲垂

用甲數為正弦查表得度 相加七七一〇九半之三八五五四為甲數

求得距緯二十二度四十分三十九秒

又如次形法本以一正弦與一餘弦相乘半徑除之得所求之餘弦令以初數取之

設甲丙乙形有甲正角有丙角及甲丙邊而求乙角本法為半徑與丙角正弦若甲丙餘弦與乙角餘弦令以初數即命為乙角餘弦 丙角度甲丙餘度 相并減為 摠存 弧各取其

正弦與乙甲正弦相乘為實丙角正弦為法除之得乙丙正弦令以甲角度與乙甲弧相并減為捴存弧如法取初數進五位為實以丙角正弦除之亦得乙丙正弦若有乙丙邊求丙角則以乙丙邊正弦為法除之即得丙角之正弦

又如垂弧捷法本以兩餘弦相乘為實又以餘弦為法除之而得所求之餘弦令以次數進五位為兩餘弦相乘之實即可省乘

設丁乙丙形乙為鈍角而先有丁乙邊其
法亦同
乙外角并揔
丁乙邊相減為存弧而各取其
餘弦如上法取初數命為甲丁垂弧正弦

又如弧角比例法本為角之正弦與對角邊之正弦若
又一角之正弦與其對邊之正弦令以初數進五位即
為兩正弦相乘之實可以省乘

設乙甲丙形有丙角甲角有乙甲邊求乙丙邊本以甲角

弦為法除之即得甲丁邊之餘弦

進五〇何也曰初數者兩正弦相乘半徑除之之數故必進五位即同兩正弦相乘之實矣　次數進位之理倣此論之

補加減捷法

設壬丙甲弧三角形

甲壬邊適足九十度　丙甲邊八十三度　對弧壬丙五十九度

設甲丁亥鈍角形有亥甲邊有亥丁邊有引長之丁巳邊而求甲丁邊本法為亥巳邊之餘弦與亥甲邊之餘弦若丁巳邊之餘弦與甲丁邊之餘弦也　今以次數代乘

亥甲丁巳二弧相并為捴弧相減為存弧而各取其餘弦如法相加減而半之為次數下加五〇即同亥甲與丁巳兩餘弦相乘之實但以亥巳邊之餘

丙庚總弧一百七十三度
餘弦乙巳同己申

庚卯存弧七度
餘弦未即丁
卯即己並九九二五五即為初數

存矢申丙七四五

壬丙對弧五十九度
餘弦戊己五一五〇四
對弧矢戊丙四八四九六
矢較戊申四七七五一

一初數九九二五五己申

二矢較四七七五一戊申

求甲角

法曰角旁有一邊適足九十度則總存兩餘弦同數當以餘弦即命為初數　依法求得五十八度四十四分為甲角

三　半徑一〇〇〇〇〇巳癸　查表得五十八度四十四分

四　角之矢　四八一〇九壬癸

餘弦　五一八九一壬巳

論曰此即算帶食法也凡算帶食其差角必在地平壬甲九十度即高弧全數丙甲八十三度月距北極也癸丙七度黃赤距度也壬丙對弧極距天頂也其餘弦巳戊即極出地正弦所求甲角月出地平時地經赤道差也

捷法以黄赤距度餘弦與極出地正弦相減餘進五位為實仍以距度餘弦除之得差角矢

解捷法曰極出地正弦即對弧餘弦黄赤距度餘弦即存弧餘弦兩餘弦之較即矢較也

又解曰巳乙即巳申亦即未丙並小弧甲丙正弦也即存弧癸丙之餘弦未丙與戌丙若巳癸與壬癸全與分之比例也

又解曰初數是兩正弦相乘半徑除之之數今甲壬邊之正弦即半徑故省乘除竟以甲丙正弦為初數

又設壬甲辛鈍角形即用前圖　壬甲邊適足九十度　辛甲邊九十七度　對邊辛壬一百二十一度　求甲角

依法求得甲鈍角一百二十一度一十六分

總癸辛一百八十七度　丁巳同酉巳

存癸丙　七　度　乙巳

餘弦

並九九二五五即為初數

對弧辛壬一百廿一度餘弦巳戊　五一五〇四

對弧大矢　戊辛　一五一五〇四

存弧　矢　癸乙同酉辛　七四五亦同丁庚

兩矢較　戊酉同辰辛一五〇七五九亦同丁壬

一　初數丁巳同午辛　九九二五五

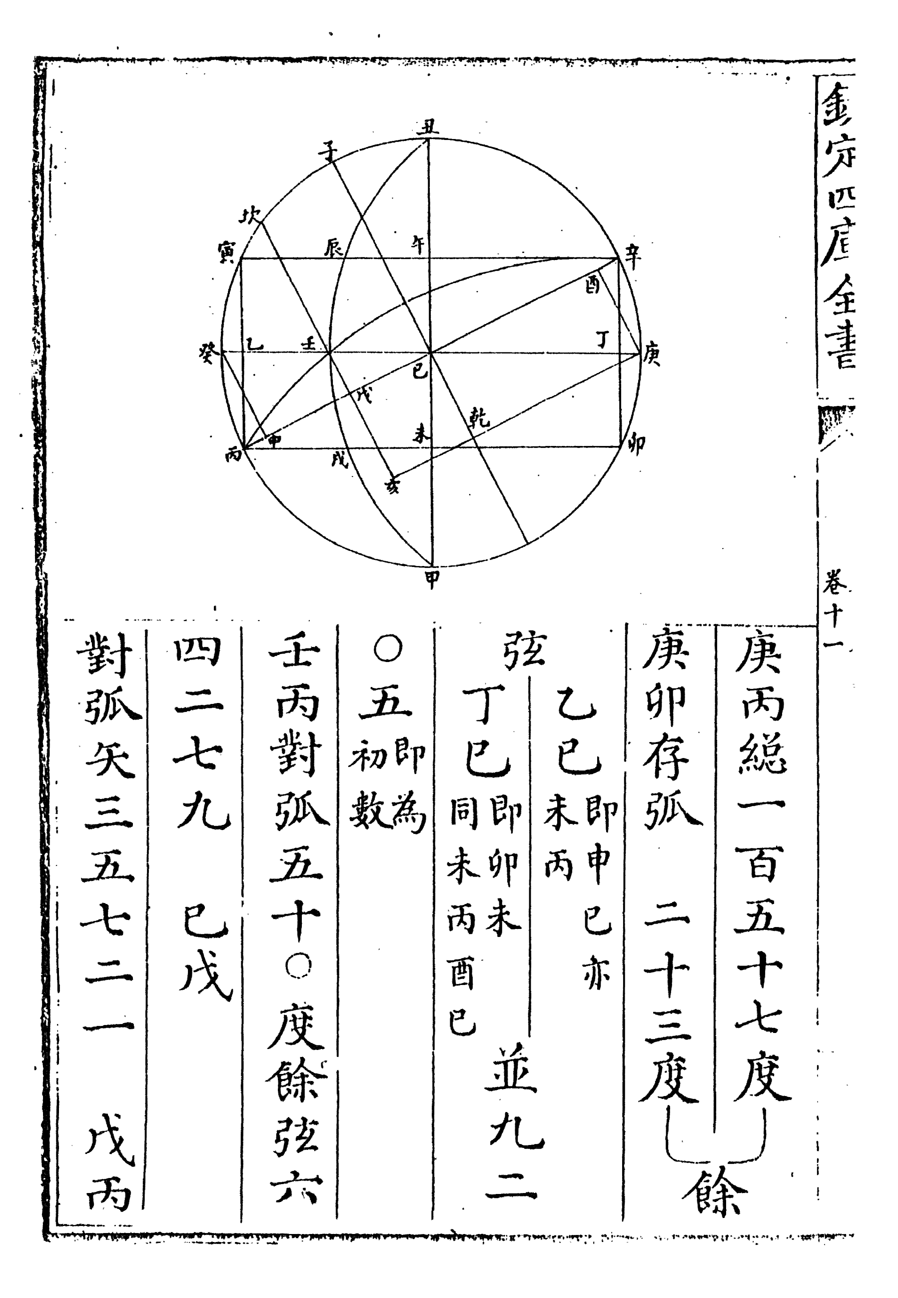
二　矢較丁壬同辰辛　一五〇七五九

三　半徑　巳庚一〇〇〇〇〇

四　角大矢　壬庚一五一八九〇

餘弦　巳壬　五一八九〇

查表得五十八度四十四分以去減半周得甲角一百二十一度一十六分



庚丙總一百五十七度
庚卯存弧　二十三度　餘

弦　乙巳（即申巳亦未丙）
　　丁巳（即卯未同未丙酉巳）　並九二

〇五（即為初數）

壬丙對弧五十〇度餘弦六

四二七九　巳戊

對弧矢三五七二一　戊丙

論曰總弧過象限及過半周宜以餘弦相加折半成初數今兩餘弦相同而徑用為初數亦折半之理也

嚮作加減法補遺自謂已盡其變不知仍有此法故特記之

因算帶食得此其用捷法更奇甚矣學問之無窮也

壬甲丙鋭角形　壬甲邊適足九十度　丙甲邊六十七度

對弧壬丙五十度　求甲角

依法求得甲角四十五度四十二分

存弧矢　七九五〇　乙癸即申丙

矢較　二七七一　申戊

一　初數　九二〇五　申巳

二　矢較　二七七一　申戊

三　半徑　一〇〇〇〇〇　巳癸

四　角之矢　三〇一六九　壬癸

餘弦　六九八三一　壬巳

查表得四十五度四十二分

因前圖丙癸度小故復作此以明之

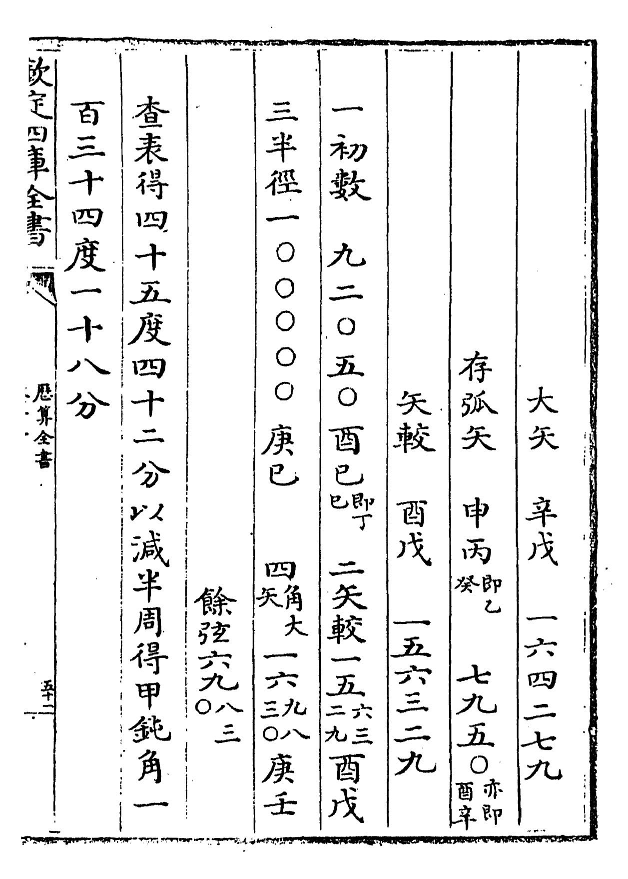
算甲餘角

又於本圖取辛甲壬鈍角形 壬甲九十度 辛甲一百一十三度 壬丙五十度 求甲鈍角 依法求到甲鈍角度一百三十四度一十八分

辛癸總二百〇三度 餘弦 丁巳 並九二〇五〇

寅癸存 二十三度 乙巳

壬辛對弧一百三十〇度餘弦巳戊 六四二七九



大矢　辛戊　一六四二七九

存弧矢　申丙即乙癸　七九五〇亦即酉辛

矢較　酉戊　一五六三二九

一初數　九二〇五〇　酉巳即丁巳　二矢較一五六三二九　酉戊

三半徑一〇〇〇〇〇　庚巳　四角大矢　一六九八三〇　庚壬

餘弦六九八三〇

查表得四十五度四十二分以減半周得甲鈍角一百三十四度一十八分

論曰試作庚亥線與辛丙徑平行又引對弧坎戊正弦至亥成庚亥壬句股形即庚乾巳亦同角之小句股形而庚亥同酉戊兩矢較也庚乾同酉巳初數也則初數庚乾小股與兩矢較庚亥大股若半徑庚巳小弦與角之大矢庚壬大弦

凡角旁弧適足九十度則總存兩餘弧同數法即以餘弦命為初數

日月食帶食出入地平用此算其地經赤道差甚捷

補甲數乙數法

丁辛乙斜弧三角形

辛丁弧五十度一十分　辛乙弧八十度　丁乙

對弧六十度　又若辛乙弧八十度

求辛角　辛丁餘弧三十九度五十分

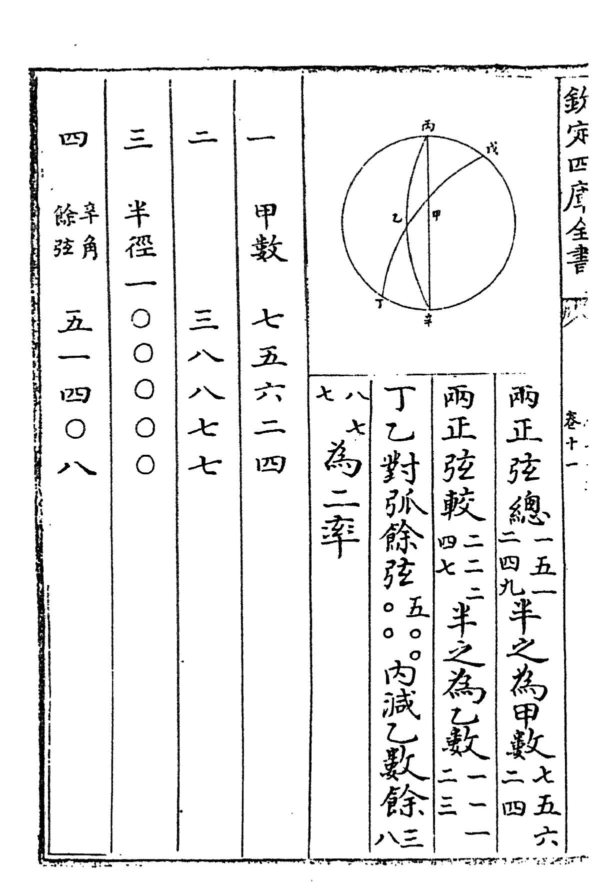
辛乙餘弧一十度　總弧一百十九度五十分

辛丁弧五十度一十分　較弧四十度一十分

總弧六十度一十分　所得兩正弦亦同

較弧四十度一十分

正弦　八六七四八　六四五〇一



丙正弦總一五一二四九半之為甲數七五六二四

丙正弦較二二二四七半之為乙數一一一二三

丁乙對弧餘弦五〇〇〇〇內減乙數餘三八八七七為二率

一	甲數	七五六二四
二		三八八七七
三	半徑	一〇〇〇〇〇
四	辛角餘弦	五一四〇八

查表得五十九度〇四分為辛角

若前形有辛角而求丁乙對弧

一　半徑一〇〇〇〇〇

二　辛角餘弦　五一四〇八

三　甲數　七五六二四

四　三八八七七

以加乙數　一一一二三

成對弧餘弦五〇〇〇〇

查表得六十度

此因角旁餘弧小於正弧故乙數亦小於甲數而以所得四率加乙數為對弧餘弦

丙乙丁形　乙鈍角一百一十度　乙丙乙丁二弧並三十度

求丁丙對弧

乙丙餘弧六十度

乙丁弧　三十度

總弧　九十度正弦一〇〇〇〇〇

較弧 三十度正弦 五〇〇〇〇

相加 一五〇〇〇〇

半之為乙數七五〇〇〇

相減 五〇〇〇〇

半之為甲數二五〇〇〇

一 半徑一〇〇〇〇〇

二 乙角餘弦 三四二〇二

三 甲數 二五〇〇〇

四　八五五〇

以減乙數　七五〇〇〇

得對弧餘弦六六四五〇

查表得四十八度二十一分

此因角旁乙丙餘弧大於乙丁正弧故乙數大於甲數而以所得四率反減乙數為對弧餘弦

前例轉求乙鈍角　乙丙乙丁二弧並三十度　丁丙對弧四十八度二十一分

求乙角

一　甲數　二五〇〇〇　二對弧餘弦減乙數之餘　八五五〇

三　半徑一〇〇〇〇〇　四鈍角餘弦　三四二〇二

查表得七十度以減半周得一百一十度為乙角

總論曰甲數乙數原以角旁兩弧之正弦錯乘而得今改用加減故角旁兩弧一用正一用餘然有時餘弧大於正弧者角旁兩弧之合數必過象限也有時餘弧小於正弧者角旁兩弧之合必不及象限也若角旁兩弧

之合適足象限則餘弧必與正弧等而無較弧

又設子乙丙形 乙鈍角一百度 乙丙乙子二弧並四十五度

求對角

乙丙餘弧四十五度

乙子 弧四十五度

總弧 九十度 正弦 一〇〇〇〇〇 即半徑

較弧 空 正弦 空 無較弧正弦

乙
子　丙

半之為甲數　五〇〇〇〇

亦為乙數　五〇〇〇〇

則無可加亦無可減故皆用總弧正弦折半為甲數亦為乙數

一　半徑　一〇〇〇〇〇

二　鈍角餘弦　一七三六五

三　甲數　五〇〇〇〇

四　八六八二

加乙數共　五八六八二命為對弧矢

得對弧餘弦　四一三一八

查表得對弧子丙六十五度三十六分

若前例三邊求乙角

乃置對弧六十五度三十六分之餘弦四一三一八

求其矢得五八六八二

內減乙數五〇〇〇〇

仍餘八六八二為二率

一　甲數　五〇〇〇〇

二　八六八二

三　半徑一〇〇〇〇〇

四　鈍角餘弦　一七三六四

查表得八十度以減半周得一百度為乙角之度

補先數後數法

前式丙乙丁形　乙角一百一十度　乙丙乙丁並三十度

求丁丙對弧

一　半徑方　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二　正弦方　二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三　乙角矢大　一三四二〇二

四　兩矢較　三三五五〇

對弧餘弦　六六四五〇

查表亦得四十八度二十一分

此因角旁兩弧同度則無較弧之矢故徑以所得矢較

命為對弧之矢

前式子乙丙形　乙角一百度　乙丙乙子二弧並四十五度

求對弧

一　半徑方　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二　正弦方　五〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三　角大矢　一一七三六五

四　矢較　五八六八二　因無較弧矢故即為對弧矢

對弧餘弦　四一三一八

查表亦得對弧子丙六十五度三十六分

若先有對弧子丙而求乙角

一　正弦方　五〇〇〇〇〇〇〇〇

二　半徑方　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三　對弧矢　五八六八二因無較弧矢故即以對弧矢為矢較

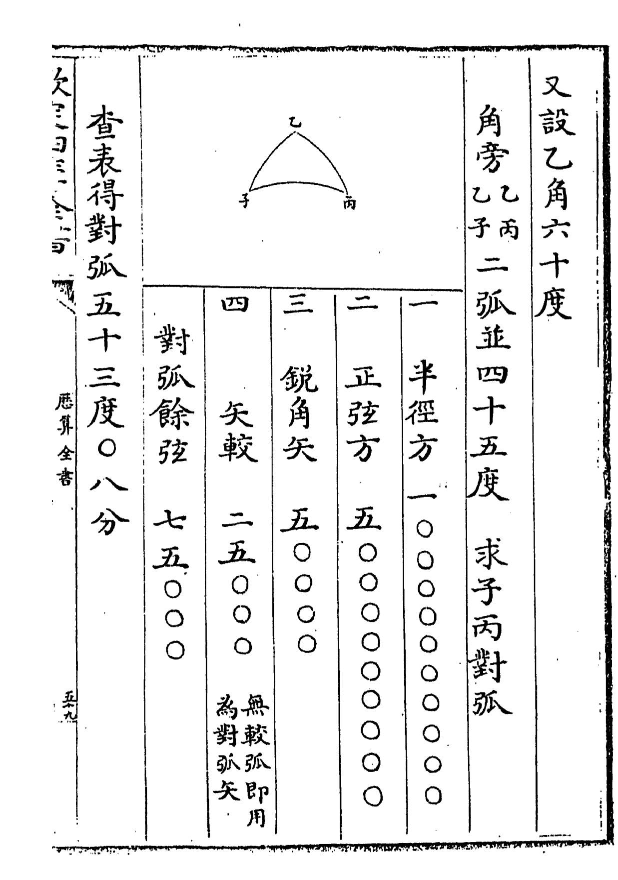
四　角大矢　一一七三六五

餘弦　一七三六五

查表得八十度以減半周得乙鈍角一百度

又設乙角六十度

角旁乙丙乙子二弧並四十五度　求子丙對弧



一　半徑方　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

二　正弦方　五〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三　鋭角矢　五〇〇〇〇

四　矢較　二五〇〇〇　無較弧即用為對弧矢

對弧餘弦　七五〇〇〇

查表得對弧五十三度〇八分

歷算全書卷十一